PROBLEMA 2 (5 PUNTOS)

Con el fin de que sirva como árbol tipo, se apea un pino silvestre de 45 años de edad, dejando en el suelo un tocón de 25,0 cm de diámetro y de 30 cm de altura. El fuste apeado tiene 11,5 metros de longitud total. Se hacen cinco trozas hasta un diámetro en punta delgada de 10 cm con corteza. La longitud de cada una de las trozas es de 20 dm, excepto en la más cercana a la punta delgada, que es de 15 dm. Se toman mediciones en el punto medio de la longitud de cada troza, obteniéndose los siguientes resultados:

Diámetro con corteza (cm)	Espesor radial de corteza (mm)
23,5	25
21,5	27
18,5	15
16,0	8
13,5	4

Se supone que el diámetro con corteza evoluciona de manera lineal entre cada uno de los puntos de medición.

Se ha de usar, para el cálculo analítico del volumen de cualquier pieza que se considere, la siguiente fórmula (siendo R el radio de la pieza en el punto medio de la longitud de ésta, y L la longitud de la pieza):

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot L$$

Calcule analíticamente por escrito:

1. El volumen, en m³ con corteza, del fuste maderable, considerándolo como una sola pieza, y no como la suma de las trozas que lo componen (2,25 puntos).
2. El porcentaje de corteza (en volumen) en la troza más cercana a la punta delgada (2,0 puntos).
3. El crecimiento medio anual del volumen con corteza del fuste maderable (0,75 puntos).

Solución:

1. Como se pide calcular el volumen con corteza del fuste maderable considerado como una sola pieza, hemos de usar la fórmula que se impone para cubicar cualquier pieza que se considere. El valor de L será la longitud del fuste maderable, que es la suma de la longitud de las trozas: como hay cuatro trozas de 2 metros y una de 1,5 metros, el valor de L será $L = 4 \cdot 2 + 1,5 = 9,5$ metros.

El valor de R será la mitad del valor del diámetro con corteza en el punto medio del fuste maderable, que es el sito a $9,5/2 = 4,75$ metros de la base del fuste. No disponemos del valor medido en ese punto, pero se nos ha dicho que el diámetro con corteza evoluciona de manera lineal entre cada uno de los puntos de medición, y tenemos los diámetros medidos a 3 y a 5 metros de la base del fuste, esto es, en la mitad de la segunda troza (la que va de 2 a 4 metros de distancia de la base) y en la mitad de la tercera (la que va de 4 a 6 metros). Estos valores son, respectivamente, de 21,5 y de 18,5 cm, es decir, el diámetro decrece en 3 cm en una longitud de 2 metros. Planteamos una regla de tres para saber cuánto decrece el valor del diámetro a 1,75 m de distancia de la mitad de la segunda troza:

$$\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ m} \rightarrow 3 \text{ cm} \\ 1,75 \text{ m} \rightarrow X \end{array} \right\} \Rightarrow X = \frac{1,75 \cdot 3}{2} = 2,625 \text{ cm}$$

Luego el diámetro con corteza del fuste maderable a una distancia de 4,75 metros de la base será $d = 21,5 - 2,625 = 18,875 \text{ cm}$. Y el radio R buscado será $R = 18,875 / 2 = 9,4375 \text{ cm}$.

Introduciendo en la fórmula los valores de L y R en metros (puesto que se nos pide el volumen en m^3), resulta:

$$V = \pi \cdot (0,094375)^2 \cdot 9,5 = 0,2658 \text{ m}^3$$

2. Según el *Diccionario Forestal* de la Sociedad Española de Ciencias Forestales, la punta delgada de un fuste es el diámetro del extremo más pequeño del fuste, luego la troza más cercana a la punta delgada del fuste es la que tiene dicha punta como diámetro menor.

Calculamos primero su volumen con corteza. El radio con corteza será $R = 13,5 / 2 = 6,75 \text{ cm} = 0,0675 \text{ m}$. Luego el volumen con corteza será:

$$V_{CC} = \pi \cdot (0,0675)^2 \cdot 1,5 = 0,0215 \text{ m}^3$$

El radio sin corteza será el resultado de restar al radio con corteza el espesor radial de corteza en ese punto. Por tanto, el valor de ese radio (en metros) es: $R = 0,0675 - 0,004 = 0,0635 \text{ m}$. Luego el volumen sin corteza será:

$$V_{SC} = \pi \cdot (0,0635)^2 \cdot 1,5 = 0,0190 \text{ m}^3$$

Y el porcentaje de corteza en volumen será:

$$P = 100 \cdot \frac{V_{CC} - V_{SC}}{V_{CC}} = 100 \cdot \frac{0,0215 - 0,0190}{0,0215} = 11,63 \%$$

3. Según el citado *Diccionario Forestal*, el crecimiento medio anual es el crecimiento total hasta una edad determinada, dividido por dicha edad. Nos piden el crecimiento medio anual del volumen con corteza del fuste maderable: sabemos por el primer apartado que dicho volumen es de $0,2658 \text{ m}^3$, y el enunciado nos dice que ese crecimiento lo ha tenido en 45 años, luego el crecimiento medio anual es:

$$\text{CMA} = 0,2658 / 45 = 0,0059 \text{ m}^3 / \text{año}.$$